MODELOS Y REALIDAD (1977):

LA MAQUINARIA DE LA TEORÍA DE MODELOS COMO SOPORTE LÓGICO-SEMÁNTICO PARA ABRAZAR UN REALISMO EMPÍRICO.

Lisardo San Bruno de la Cruz .

La presentación que vierte Putnam en este texto del argumento de la teoría de Modelos parece idéntico a la que ofreciera en 1976; no obstante, se enfatizan corolarios lógico-semánticos para el litigio meta – filosófico realismo – anti-realismo, solo señalizados tangencialmente en sus alegaciones anteriores, de enorme relevancia para las pretensiones del autor que nos ocupa. La no – fijación del significado extensional de las expresiones simbólicas "pintadas" en un sistema, (la indeterminación de la referencia) , y la adición de una teoría a la teoría con que contamos como explicitación de la función referencial (la `maniobra de solo más teoría´), son dos lecturas que Putnam usa para desacreditar realismos no – empíricos de factura platonizante, y posturas verificacionistas cuya intención sea la reducción de las nociones normativas o nociones naturalizadas en términos de ciencias físico - materialistas – valga como ilustración el clásico sueño fisicista de reducción en el que la psicología, ciencia a reducir, queda subsumida a neurología, ciencia reductora.

El teorema de Lowenheim – Skolem y la prueba de Henkin son los trazados meta – matemáticos fundamentales sobre los que gravita la argumentación de Putnam. En 1915, Lowenheim demostraba que si una fórmula es válida en un dominio enumerablemente infinito, entonces es válida para todo dominio no vacío. Si reemplazamos `válido ´ por `satisfacible ´ y contraponemos el enunciado anterior podemos leer el teorema de Lowenheim – Skolem en su presentación más habitual; esto es si un conjunto de fórmulas cualesquiera es simultáneamente satisfacible en cualquier dominio no vació, entonces es simultáneamente satisfacible en un dominio enumerable.

Skolem extiende la demostración de Lowenheim para un número infinito denumerable de fórmulas. Un sistema de primer orden, como los axiomas conjuntistas de Zermelo, cuenta con un dominio en el que sus axiomas son verdaderos y sus elementos enumerables mediante los enteros positivos finitos. El teorema de Lowenheim – Skolem

muestra cierta analogía con el teorema gödeliano de completitud que demuestra que un sistema de primer orden entraña la posesión mínima de un modelo en un dominio numerable; esto es, un dominio denumerable –dominio infinito biyectable con el conjunto de los números naturales- o un dominio finito – biyectable con un subconjunto finito del conjunto infinito de los números naturales -. La paradoja de Skolem brota en tanto la axiomatización de la teoría de conjuntos es una teoría de primer orden, dos conjuntos de cardinalidad infinita, el conjunto de los números reales y el conjunto de los números naturales, son distintos en la gradación de su infinitud, los reales cuentan con una cardinalidad infinita superior a la cardinalidad de los naturales. En tal caso, dada una axiomatización de la teoría conjuntista se patentiza la existencia de un conjunto no – denumerable; esto es, un conjunto cuya infinitud no es biyectable con la infinitud de los naturales, un conjunto que será no – denumerable en cualquier modelo de la teoría conjuntista. En esta tesitura, parecería que la tenencia de modelos únicamente no – denumerables sería una propiedad (conducta) esencial de la teoría de conjuntos, pero el teorema de Lowenheim – Skolem ha demostrado la imposibilidad de que una teoría entrañe modelos no – denumerables, si una teoría cuenta con un modelo tal, entonces posee modelos denumerables. Sucede que hemos obviado la axiomatización, el proceso axiomático no es una Idea – forma aliena a las ejecuciones subjetuales de operatividad axiomática, tal proceso se imbrica en tal y cual contexto; ser un `conjunto no – denumerable ´ entraña una axiomatización determinada y no otra; tal noción como las nociones `conjunto finito ´ o `conjunto infinito ´ quedan restringidas a un autor o escuela de autores ("los derechos axiomáticos de autor").

Skolem reflexiona sobre las definiciones conjuntistas de Dedekind:

1. Un conjunto es finito, en el sentido de Dedekind en tanto su cardinalidad es distinta a la cardinalidad de todos sus sub – conjuntos integrantes.

2. La infinitud de un conjunto quedara definida; por tanto, contando con que exista un sub – conjunto propio de tal conjunto con idéntica cardinalidad – sub-conjunto equinumeroso - .

La cuestión que ha de enfatizarse es la siguiente: la definición de finitud conjuntista de Dedekind parece exhalar una corrección intuitiva, pero interiorizada - relativizada a la batería axiomática construida por el autor, puede suceder que existan

Conjuntos no - denumerables dentro de un sistema que sean biyectables con un conjunto denumerable que no pertenece al sistema. Por ejemplo, dentro de la axiomatización conjuntista Zermelo – Fraenkel pueden existir conjuntos finitos de Dedekind para los que pueden especificarse funciones, correspondencias uno – a – uno entre sus elementos, sobre algún sub – conjunto propio; sin embargo, tales "mapeos" constituirían modelos no – pretendidos por Dedekind. En esta tesitura, las nociones conjuntistas son ininteligibles sin acotarlas en una batería axiomática específica, tal carencia de inteligibilidad podría infectar, de acuerdo a la analítica lógico – semántica de Putnam, a la axiomatización holística de los marcos teóricos en vigor. La posibilidad de con interpretaciones no – pretendidas contextura la espina dorsal del argumento modelo – teórico de Putnam, una batería constriccional operativa y otra teórica diseñada para liquidar modelos no deseados no está en condiciones de cicatrizar los corolarios del teorema de Skolem. Dado que nuestra ciencia total posee un modelo pretendido indenumerable poseerá un modelo denumerable no – deseable por cuestiones de no – ariedad entre los modelos, los constreñimientos operacionales y los teóricos ligados a nuestra teoría no pueden seleccionar la interpretación pretendida, la indeterminación extensional no es eliminable usando tales constreñimientos, y las condiciones veritativas son preservadas, por definición, en el modelo.

La skolemización significa que cualquier teoría de primer orden consistente con un modelo infinito, cuenta con modelos para todas las ariedades infinitas, existe un sin – número de modelos para cada ariedad. En tal tesitura, no es lícito hablar de homomorfía de factura biyectiva – isomorfismo – porque los modelos no son equinumerosos, distinta ariedad imposibilita el trazado de correspondencias uno – a – uno entre los elementos de modelos distintos de idéntico marco teórico. Si la ariedad funcional (propiedades y/o relaciones) de los modelos es distinta, no solo el contenido interpretativo – referencial de la teoría es indeterminada, sino que la propia estructura teórica no puede ser idéntica o preservarse en uno u otro modelo. Más aún, qué afirma nuestra teoría sobre El Mundo no es contestable teniendo en cuenta que sus posibles interpretaciones son infinitas de una forma onto – semánticamente relevante.

Ahora, Putnam traslada los corolarios formales de la skolemización a toda aportación teórica cuya pretensión sea indicar el correlato óntico – estructural de la teoría T.

La teoría T de Putnam sintácticamente considerada, una batería sentencial exonerada exegéticamente, padece la no – posibilidad selectiva entre infinitos modelos no – isomórficos que la representen, que la satisfagan. La yuxtaposición de una teoría extensional a la teoría T es pasible de idéntica patología formal, sus términos teóricos están indeterminados referencialmente habida cuenta de la multitud no – homomórfica biyectiva de modelos que genera, el problema permanece incólume; esto es, cómo discernir de entre tales modelos, el modelo referencialmente pretendido. Esta extensión del argumento de Putnam, como dejamos meramente aludido en páginas anteriores, de la teoría epistémicamente ideal a la teoría de la referencia, cuya intención sea fijar el significado extensional de los términos de T se ha bautizado en la literatura sobre teoría de modelos como "la maniobra de solo más teoría".

En 1977 Putnam concluye incapacitando a la teoría conjuntista para comprender de forma intuitiva la noción de `conjunto ´ . No obstante, una meta – filosofía defensora de un posicionamiento naturalista ha de habérselas con nuestra forma de entender las nociones, una forma indescribible mediante conjuntos axiomáticos, una comprensión subjetual instalada en nuestros usos léxicos enfocados holísticamente. Tal uso global es concebido por Putnam como la batería constriccional operacional y teórica pero tal batería no es capaz de discernir entre una infinidad no – isomórfica de modelos. La noción de `uso´ cuenta con ecos wittgensteinianos, ecos filtrados a través del prisma anti - realista de M. Dummett, tal filtro, en esta época de la reflexión internalista, impacta en Putnam a la hora de trabajar sobre el problema de indeterminación. Las exterioridades objetuales al término sígnico – objetos significantes- no fijan su uso, tal término se involucra en una red de reglas socio – lingüísticas de carácter práxico que describen cómo ha de manejarse tal término en tal y cual situación contextual.

Para comprender como opera un término sígnico "en sociedad" precisamos observar la conducta situacional de sus usuarios cuando realizan actos lingüísticos. Las condiciones veritativas deducibles de tales situaciones verificables no entrañan una noción de `verdad´ realista de corte trascendente. La identificación de Putnam red global léxica de uso – batería de requerimientos operacinales y teóricos no parece diluir la paradoja de Skolem extendida a la "maniobra de solo más" teoría, puesto que tal batería , de ser verdadera, debería contar con ciertos usos, usos usados con anterioridad a su aplicación a un léxico y la

cuestión aporética resultante sería cómo definir , en el sentido de reglamentar, la aplicación que ejecutamos sobre la aplicación operada sobre el uso total del lenguaje vertebrada en el conjunto de constreñimientos. Lo cual no es sino asumir los corolarios del teorema Lowenheim – Skolem a la identidad predicada por Putnam, entre usos léxicos holísticos – conjunto constrictivo.

La batería de condicionamientos operacionales y teóricos de la teoría epistémicamente ideal habría de entenderse desde un prisma no lógico-formal, no sintáctico – lingüístico, sino en términos de certeza intuitiva trans-lingüística para liquidar la skolemización. Sin embargo, la verdad en una semántica dummettiana no puede trascender el conjunto del método verificatorio, la ligazón deductiva interna del armazón teórico tampoco puede explicitar desde sí sus co – relatos ónticos, precisaría algo más, y de distinta estofa, que sucesos lingüísticos, precisaría eventos trans – lingüísticos. Semánticas naturalistas de orientación tanto realista como anti – realista padecen idéntica enfermedad: la indeterminación interpretativa derivada del teorema de Skolem.

No ha de olvidarse que el teorema afecta solo a teorías de primer orden que sean consistentes y cuenten, al menos, con un modelo infinito. Parecería que elevar el resultado de indeterminación a un léxico de orden superior evitaría la paradoja de Putnam. No obstante, ninguna teoría, sea de primer orden o de orden n, puede afirmar desde sí a qué se refieren sus términos, sus enunciados. La interpretación no forma parte del intradós sintáctico de la teoría a interpretar, sea del orden que sea, es algo (una teoría) trascendente al marco teórico que se trata de interpretar. Sea una expresión E_n de una teoría de cualquier orden n y un evento h de la esfera objetiva O_n; una interpretación I_1 contendrá expresiones del tipo `En de $T_n$ se refiere a h de $O_n$ ´; tal expresión precisa una interpretación $I_2$ sobre $I_1$ que explicite la referencia de sus términos del tipo `la expresión " En de T_n se refiere a h de O_n" de T_1´ se refiere a ... y así indefinidamente. La interpretación de una teoría, de cualquier teoría expresada en cualquier orden, es otra teoría que hereda la no – fijación extensional.

La adicción de teoría sobre más teoría no liquida el corolario más apabullante que extrae Putnam de su argumento: La imposibilidad de reducción fisicalista de nociones semánticas como la `referencia´, dada una representación de la realidad, subjetualmente

construida, en ese darse representacional no puede desde sí representarse nuestra capacidad de representación, nuestra intención de captar lo real en una u otra teoría.

La demostración gödeliana de la no – completud de la aritmética elemental y la obra de Henkin contexturan otras piezas básicas para comprender los resultados de Putnam al extender lo que el llama la skolemización. El teorema de Gödel demuestra que dado cualquier sistema deductivo lógico – formal que adicione a la lógica elemental   de primer orden la aritmética obtendrá oraciones,   formalmente bien construidas, que son indecidibles, de tales oraciones no puede demostrase que sean verdaderas o falsas. En esta situación, el sistema no puede decidir sobre tales enunciados y muestra su esencial incompletitud. El segundo teorema de Gödel   demuestra que la aritmética   no está capacitada para probar desde sus propios medios que esté exenta de contradicción; esto es, que sea consistente.

Gödel edificó un sistema de representación que ligaba fórmulas lógico- formales con un sub- conjunto de los números naturales.   Las fórmulas   traducidas a números,   las proposiciones meta – matemáticas se convierten en enunciados sobre números cuya intensión sigue siendo puramente metamatemática.   La virtud del método de gödelización reside en el hecho de haber confeccionado una proposición formal cuya interpretación pretendida es `Yo soy indemostrable´;  esto es,  la fórmula de Gödel  asevera de sí misma que es indemostrable sin sufrir  las paradojas lógicas  que padecen los predicados auto-referentes.  La proposición `yo soy indemostrable ´ no dice de sí que sea verdadera o falsa,   una propiedad semántica, sino que habla de demostrabilidad sintáctica, lo cual evita su inclusión en el conjunto de las llamadas “paradojas del mentiroso”.   De forma intuitiva podríamos reproducir el procedimiento gödeliano usando la siguiente acotación: “Kripke ha sugerido recientemente la posibilidad de simular la fórmula de Gödel en lenguaje natural. Supóngase la oración. ` Alicia es bella ´,   y que no hay nada decidido en nuestro lenguaje acerca de a quién o qué pueda referirse la palabra `Alicia ´; lo cual obviamente no permite decidir ni el sentido, ni la verdad de la oración mentada.   Pero supóngase además que ahora convenimos en dar a esa oración el nombre de `Alicia ´ y que, cautivado por la música de las palabras, digo que Alicia es bella. Al hablar de la belleza de Alicia no me refiero en este caso a la bella nínfula, real o ficticia, que dio vida a las fantasías oníricas (o no tan oníricas)   de Lewis Carroll, sino que hablo de la belleza de la oración que habla de la belleza de Alicia.

Pero Alicia, en virtud del acuerdo referencial, recién t omado, no es otra, precisamente que la oración de la que hablo, la cual desde este m omento, cobra automáticamente sentido y – al menos para mí, si la belleza es solo cuestión de gusto- verdad. Esta oración es claramente autor – referente y, aunque muy bien pudiera ser que un psiquiatra la calificase de narcisista, no incurre en la falacia del círculo vicioso, q ue es, según Russell, el pecado mortal de las paradojas lógicas". (1.- E. Nagel y J. R. Newman : `El Teorema de Gödel ´. Trad. A. Martín . Tecnos , Madrid 2000 . Pág. 9 , nota 4.)

En 1950 Henkin, con la maquinaria meta – teórica de Löwenheim – Skolem y la prueba de incompletitud gödeliana, extiende la cuestión de la indete rminación traductiva de una teoría de primer orden a cualquier teoría de orden superior. Dad o un modelo de un sistema formal de orden n, mediante el que se acota la interpretación de las proposiciones del sistema, puede demostrarse la posibilidad de contar con multitud de r einterpretaciones no – pretendidas. Más aún, Putnam basándose en el trabajo de Henkim, su braya la incapacidad de todo sistema axiomático, que al menos contenga la aritmética

elemental, de fijar su
interpretación en términos de homomorfía biyectiva.

Los términos sígnicos imbricados en una axiomatizació
n de primer orden son
relativos a ese y no otro contexto definicional – Skolem -
, los términos usados en una
axiomatización de orden superior también son relativos a tal axio
matización.
axiomatización existe la posibilidad de diseñar modelos no desead
os, model
isomórficos, una multitud no –
pretendida de modelos para cada una de las ariedades infinitas
del sistema de orden superior al elemental.

La formalizació
n operada sobre la teoría
epistémicamente ideal, sea de primer orden o de orden superior, gener
a para cada una de sus
ariedades infinitas modelos no – isomórficos.